

2021 年河南科技大学数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了 2021 年河南科技大学数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权河南科技大学数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C/D 中选择一项填写）：_____

所属学院（请填写完整的全名）：_____

参赛队员（打印并签名）：1. _____

2. _____

3. _____

日期：_____年____月____日

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

系泊系统的设计

摘要

本文主要研究了系泊系统的设计问题，确定了锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标吃水深度和游动区域及钢桶倾斜角度尽可能小。

针对问题一：首先在整个系统处于平衡状态时，分析周围环境载荷即受力情况。然后以锚和锚链连接为原点 o ，海床为横坐标 x ，竖直方向为纵坐标 y ，建立平面坐标系，把锚链、钢桶、钢管近似看成平面的一条曲线，利用微元法的思想，求出每一部分在竖直方向上的分量和为 $18m$ 。利用 *Matlab* 编程求解得到海面风速为 $12m/s$ 时，钢桶的倾斜角度为 1.153° ，四节钢管从下往上的倾斜角度为 $1.136^\circ, 1.129^\circ, 1.121^\circ, 1.114^\circ$ ，锚链的形状为抛物线，并拟合出了其曲线方程，浮标的吃水深度为 $0.6945m$ ，游动区域为 $9.64m$ 。当海面风速为 $24m/s$ 时，求出钢桶的倾斜角度为 4.556° ，四节钢管从下往上的倾斜角为 $4.499^\circ, 4.47^\circ, 4.441^\circ, 4.413^\circ$ ，锚链的形状为抛物线，并拟合出了其曲线方程，浮标的吃水深度为 $0.697m$ ，游动区域 $17.18m$ 。

针对问题二：在问题一的假设下，当海面风速增加至 $36m/s$ 时，利用问题一的模型，求出钢桶的倾斜角度为 9.45° ，四节钢管从下往上的倾斜角度为 $9.32^\circ, 9.26^\circ, 9.215^\circ, 9.15^\circ$ ，锚链的形状为抛物线，并拟合出了其曲线方程，浮标的吃水深度为 $0.7198m$ ，游动区域为 $18.87m$ 。在满足钢桶的倾斜角度不超过 5° 和锚链在锚点与海床的夹角不超过 16° 的情况下，利用二分法确定了重物球初始质量，再利用迭代法编程求出重物球的最小质量为 $2238kg$ 。

针对问题三：由于问题给出了多个变量，因此要想求出某一变量对钢桶倾斜角度的影响，需先固定其它变量。本文先依次求出所有变量对钢桶倾斜角度的影响，找出其极限的一组情况。然后通过定量改变锚链长度和重物质量，利用 *Matlab* 编程求出满足题意的最优解，进而完成了系泊系统的设计。最后输入相应参数求出不同情况下的系泊系统钢桶、钢管的倾斜度、锚链形状、浮标吃水深度和游动区域。

关键词：系泊系统 环境荷载分析 微元法 迭代法 二分法

一、问题的重述

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成。某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径 $2m$ 、高 $2m$ 的圆柱体，浮标的质量为 $1000kg$ 。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成。锚的质量为 $600kg$ ，锚链选用无档普通链环，近浅海观测网的常用型号及其参数在附表中列出。钢管共4节，每节长度 $1m$ ，直径为 $50mm$ ，每节钢管的质量为 $10kg$ 。要求锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不超过 16° ，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。水声通讯系统安装在一个长 $1m$ 、外径 $30cm$ 的密封圆柱形钢桶内，设备和钢桶总质量为 $100kg$ 。钢桶上接第4节钢管，下接电焊锚链。钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳。若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。钢桶的倾斜角度（钢桶与竖直线的夹角）超过 5° 时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球。

系泊系统的设计问题就是确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

近海风荷载可通过近似公式 $F=0.625 \times S v^2(N)$ 计算，其中 S 为物体在风向法平面的投影面积(m^2)， v 为风速(m/s)。近海水流力可通过近似公式 $F=374 \times S v^2(N)$ 计算，其中 S 为物体在水流速度法平面的投影面积(m^2)， v 为水流速度(m/s)。

问题1 某型传输节点选用II型电焊锚链 $22.05m$ ，选用的重物球的质量为 $1200kg$ 。现将该型传输节点布放在水深 $18m$ 、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 kg/m^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 $12m/s$ 和 $24m/s$ 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题2 在问题1的假设下，计算海面风速为 $36m/s$ 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5° ，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16° 。

问题3 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 $16m \sim 20m$ 之间。布放点的海水速度最大可达到 $1.5m/s$ 、风速最大可达到 $36m/s$ 。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

二、问题的分析

针对问题一：根据题目中传输节点示意图，以以锚和锚链连接为原点 O ，海床为横坐标 x ，竖直方向为纵坐标 y ，建立平面坐标系，对环境荷载进行分析，系统受到海平面海风荷载、海水对系统的浮力、海床对锚的静摩擦力和支持力以及自身的重力。系统一直处于受力平衡状态，根据力学知识可知，平衡系统中的每一部分都处于平衡状态，所以再对各个部分进行受力分析。因为浮标所受浮力未知，即排水量未知，所以假设初始吃水深度为零，依次增加吃水深度直到各部分满足受力平衡方程且竖直分量和为 $18m$ 。求出各部分的水平和竖直方向上的分量后，依次叠加求出各节点坐标，进行曲线拟合，求出不同海面风速下锚链的形状和求出钢管的倾斜角度。

针对问题二：在问题一的假设下，海面风速增至 $36m/s$ 。由于风速增大，即所受海风荷载会增大，根据受力情况可以得到为保证系统的平衡，钢桶和各节钢管的倾斜角度会增大，为了保证锚不会被拖行导致节点丢失和水声通讯设备的工作效果良好，所

以调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

针对问题三：在已知由水深、海水速度、风速和锚链型号等变量的情况下，先固定其它变量，求出一组变量对钢桶倾斜角度的影响。依次求出各个变量对钢桶倾斜角度的影响，找出极限的一组情况。然后定量的改变锚链长度和重物质量来求出满足题意的最优解。设计好系泊系统后，根据输入的各种情况解出不同情况下的系泊系统状态。

三、模型的假设

- 1、海床平坦，海洋流为平面流，即在竖直方向上无分量，将分析简化为水平和竖直方向上的二维问题。
- 2、在进行静力分析时，假设海面静止，忽略波浪对系统荷载的影响。
- 3、系泊系统里钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚在同一个竖直平面上。
- 4、系泊系统里元件均为刚性体，受力不会发生形变。
- 5、把锚链当作为有重量，无弹性的细线，可将其按照链节分为一系列的微段。
- 6、每段钢管质量均匀分布且密封，其受力作用点为其几何中心。

四、符号的说明

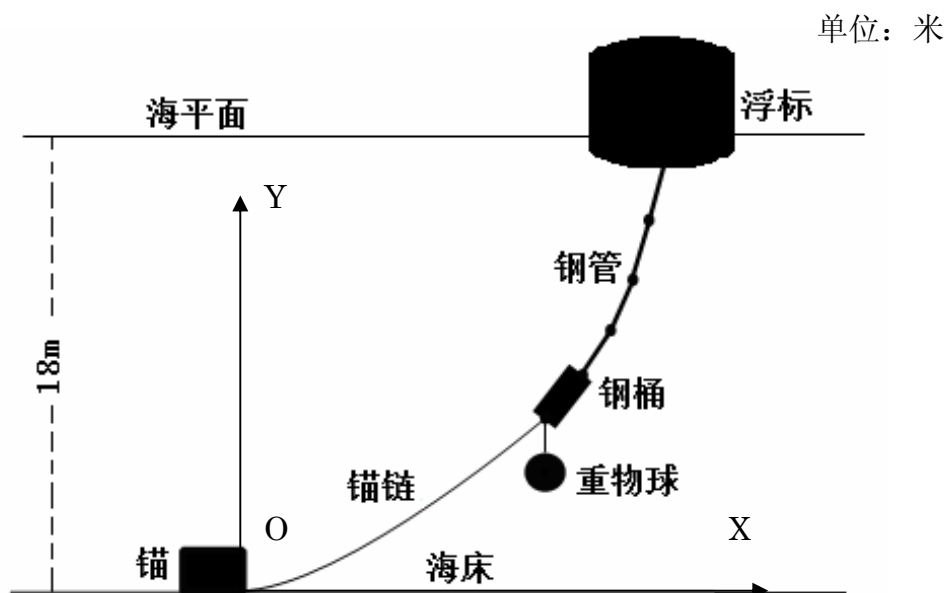
F_f	近海风荷载的大小
$F_{\text{浮}}$	系统受到的总浮力的大小
G	系统受到的总重力的大小
F_f'	锚对锚链水平方向的作用力的大小
h	浮标的吃水深度
ZX	浮标的游动区域
T_i	第 i 段受到水平方向上的力的大小
F_i	第 i 段受到竖直方向上的力的大小
θ_i	第 i 段的倾斜角度
dx_i	第 i 段在水平方向上的投影长度
dy_i	第 i 段在竖直方向上的投影长度
α	钢桶的倾斜角度
β	锚链在锚点与海床的夹角

五、模型的建立与求解

5.1 问题一：

5.1.1 模型的建立：

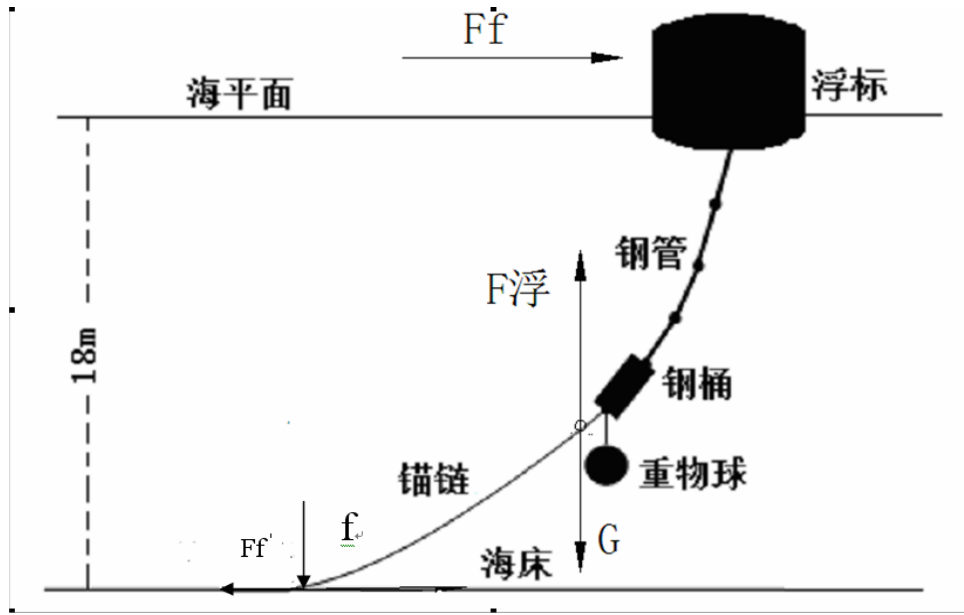
系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成，这些零部件组成一个在同一个平面上的连续的传输链，所以以锚和锚链连接点为原点 O ，海床为横坐标 x ，竖直方向为纵坐标 y ，建立平面坐标系，由于把锚链当做是一个有重量无弹性的细线，且4节钢管和钢桶之间为刚性连接，所以把传输链看成坐标系中一条曲线，如图一所示：



图一

由题意可知，系统的传输节点在水深为 18m 处且不会发生移动，假设近海风的风向沿 X 轴的正方向，当近海风速为确定值时，锚链、钢管、钢桶、重物球组成的传输链会沿着风向偏移一定的距离且保持不动，此时系统处于静力平衡状态。

受力分析图如图二：



图二

对除去锚部分后系统的环境荷载进行分析：

在竖直方向上，系统受到浮力 $F_{\text{浮}}$ 、重力 G 和锚对系统的水平拉力 F_f' 和竖直拉力 f 。

根据阿基米德原理^[1]：浸入静止流体中的物体受到一个浮力，其大小等于该物所排开的流体重量，方向垂直向上并通过所排开流体的形心，得到浮力 $F_{\text{浮}}$ ：

$$F_{\text{浮}} = \rho_{\text{液}} V_{\text{排}} g \quad (1)$$

$$\rho_{\text{液}} = 1.025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9.8 \text{ N/m}$$

上式中 $\rho_{\text{液}}$ 为海水密度， $V_{\text{排}}$ 为物体排开水的体积， g 为重力加速度。

系统排开海水的体积分为两个部分，一是完全浸在海水中各个部分的体积 V_0 ， V_0 是由钢管、钢桶、重物球和锚链排开水的体积组成。另一部分是浮标部分浸在海水中排开水的体积 $V_{\text{浮标}}$ 。

得到 $V_{\text{排}}$ ：

$$V_{\text{排}} = V_0 + V_{\text{浮标}} \quad (2)$$

$$V_0 = V_{\text{锚链}} + V_{\text{钢桶}} + V_{\text{重力球}} + V_{\text{钢管}} \quad (3)$$

由于各部分组成材料为钢，根据密度公式可得到排开海水的体积：

$$V = \frac{M}{\rho} \quad (4)$$

$$\rho_{\text{钢}} = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

浮标为底面直径 2m、高 2m 的圆柱体，可得到排开海水的体积：

$$V_{\text{浮标}} = A \times h \quad (5)$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (6)$$

其中 A 、 D 为圆柱浮标的底面积和直径， h 为浮标吃水深度。

系统的总重力 G 为：

$$G = \sum G_i = \sum m_i \times g \quad (7)$$

其中 m_i 为各部分的质量。

在水平方向上，整个系统受到近海风荷载 F_f 和锚对锚链的拉力 F_f' ：

其中近海风荷载：

$$F_f = 0.625 \times S v^2 \quad (8)$$

$$S = D \times (2 - h) \quad (9)$$

其中 S 为物体在风向法平面的投影面积， v 为风速。

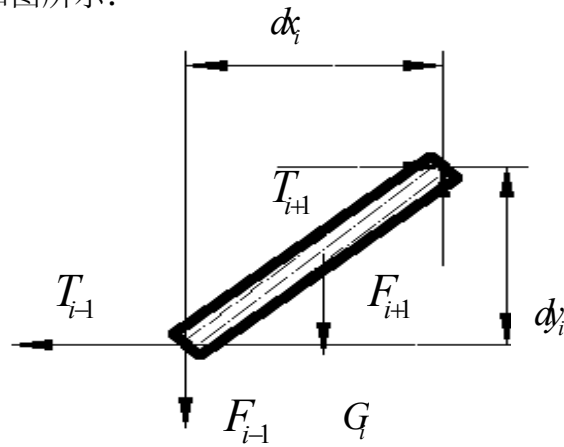
系统处在静力平衡状态，根据力学知识可得到力平衡方程：

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{F}_f + \vec{F}_f' = 0 \\ \sum \vec{F}_y = \vec{F}_{\text{浮}} - \vec{f} - \vec{G} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

由于浮标的吃水深度未知，假设其吃水深度 h 的初始值为零，根据方程 (8) (9) (10) 可以求出此时的锚对锚链的水平 and 竖直方向上的拉力。

由于系统处在静力平衡状态，所以系统中任意一部分都处在静力平衡状态。

传输链第 i 段受力分析如图所示：



图三

传输节点选择 II 型电焊锚链 22.05m，锚链型号和参数表如下表：

表一

型号	长度(mm)	单位长度的质量(kg/m)
II	105	7

得到锚链的链环数目 a ：

$$a = \frac{22.05\text{m}}{0.105\text{m}} = 210$$

将传输链中每个链环、钢桶、四根钢管分别作为参考对象进行讨论，共分为 215 段，其中链环占前 210 段，钢桶为第 211 端，四根钢管为第 212 ~ 215 段。
对传输链中任意一小段，即第 i 段进行受力分析：

假设每一段在水平和竖直方向上的分量为 dx_i, dy_i ，其长度为 L_i 。已知锚链中每个链环的长度为 0.105m，钢管和钢桶的长度为 1m。
得到长度和其水平和竖直方向上的分量之间的关系：

$$L_i = \sqrt{dx_i^2 + dy_i^2} \quad (11)$$

由每一段处于力平衡状态，即两端对应水平和竖直的分力对每段几何中心的力矩和为零，再对每一部分利用力矩平衡方程。
得到力矩平衡方程：

$$T_{i-1} \times \frac{dy}{2} + T_{i+1} \times \frac{dy}{2} = F_{i-1} \times \frac{dx}{2} + F_{i+1} \times \frac{dx}{2} \quad (12)$$

在水平方向上，其所受来自第 $i-1$ 段和第 $i+1$ 段上的力大小相等，方向相反。
在竖直方向上，所受到浮力自身的重力以及相邻两段对其的力矢量和为零。
得到力平衡方程：

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_X = \vec{T}_{i-1} + \vec{T}_{i+1} = 0 \\ \sum \vec{F}_Y = \vec{F}_{i-1} + \vec{F}_{i+1} + \vec{F}_{i\text{浮}} + \vec{G}_i = 0 \end{cases} \quad (13)$$

根据上述力平衡方程，求出各个部分之间的作用力水平和竖直分量的大小。
联立方程 (11) (12) 可以解得：

$$dx_i = \frac{2T_i L_i}{\sqrt{(F_{i-1} + F_{i+1})^2 + 4T_i^2}} \quad (14)$$

$$dy_i = \frac{L_i(F_{i-1} + F_{i+1})}{\sqrt{(F_{i-1} + F_{i+1})^2 + 4T_i^2}} \quad (15)$$

由图一可知，浮标的游动区域 ZX 为浮标在力的作用下漂移一段距离后浮标的横坐标的大小，即：

$$ZX = \sum_{i=1}^{215} dx_i \quad (16)$$

由于传输节点布放在水深 18m，由图一可知传输链的每一段的竖直分量 dy 求和为水深 H 得到关于吃水深度 h 的方程：

$$H = \sum_{i=1}^{215} dy_i \quad (17)$$

利用 *MATLAB* 软件，在吃水深度的初始值为零的情况下，求出此时的水深 H ，与实际的水深 18m 相差很大，所以计算实际的水深与计算水深的差值误差。

得到方程：

$$t = |H - H_0| \quad (18)$$

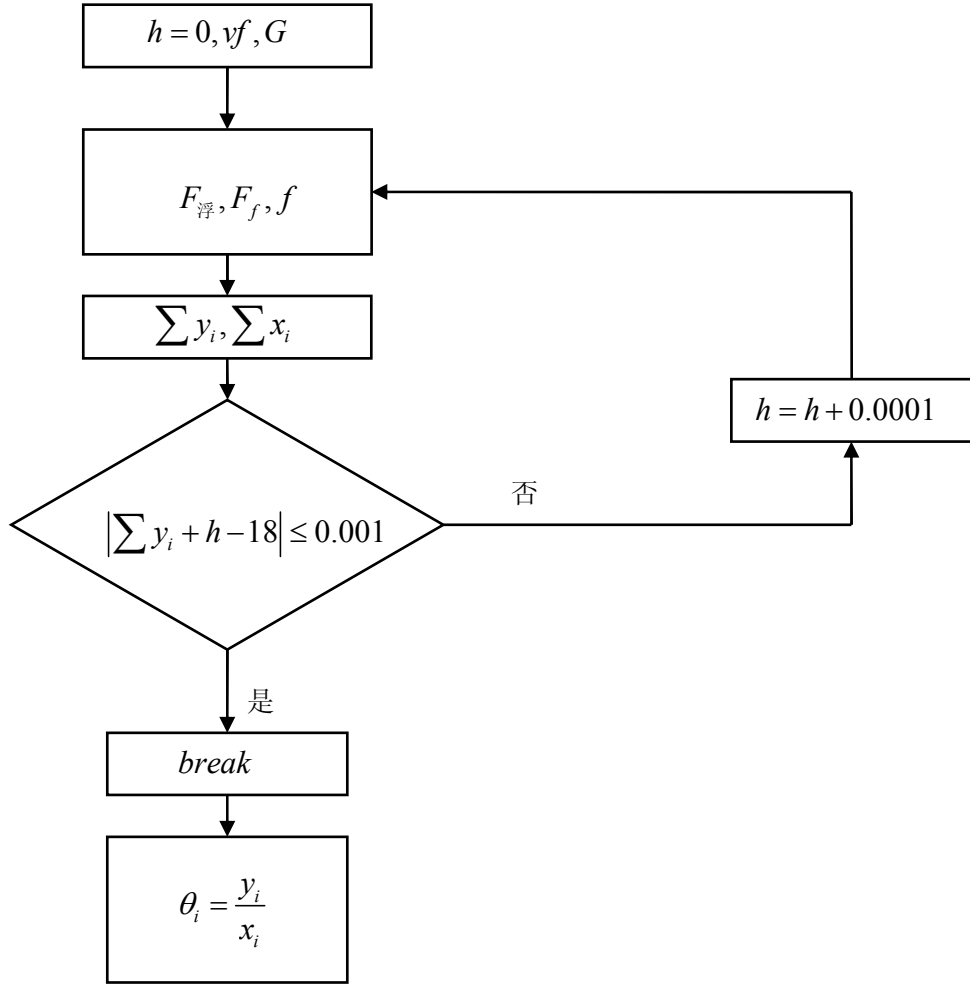
当误差 $t > 0.000001$ ，增加吃水深度，计算此时海床对系统的支持力和静摩擦力，再对部分进行相同的受力分析，计算出每段所受力的大小。再次利用公式 (11) (12) (13) 求出 dx_i, dy_i ，带入到方程 (16) 中得到此时的计算水深，再计算此时的水深误差，以此增加吃水深度直至误差值 $t < 0.000001$ 。

画出用迭代法计算吃水深度的程序流程图：

T_i 表示第 i 个节点处垂直作用力。

y_i, x_i 第 i 单元竖直和水平方向上的分量。

$\theta_{211} \sim \theta_{215}$ 分别为钢桶和四根钢管与水平线的夹角。



图四

根据流程图，在计算出确定的吃水深度后，利用 *MATLAB* 软件求出钢桶及四节钢管的水平 and 竖直分量 dx 、 dy ，然后利用直角三角形知识求出钢桶和四节钢管的不同的倾斜角度 θ_i 和水平竖直投影分量的关系：

$$\tan \theta_i = \frac{dy_i}{dx_i} \quad (19)$$

变形得到每段的倾斜角度 θ_i ：

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{dy_i}{dx_i}\right) \quad (20)$$

其中 $i = 211, 212, 213, 214, 215$

由于锚链由 210 节链环组成，数目较大且锚链看成有质量无弹性在力的作用下不发生形变的刚体，近似将锚链看作一条平滑的曲线。

利用上述迭代法程序求出每个链环左端的坐标 (x_i, y_i) ：

$$\begin{cases} x_i = \sum_{i=1}^i dx_i \\ y_i = \sum_{i=1}^i dy_i \end{cases} \quad (i=1,2,3, \dots, 210) \quad (21)$$

对得到的 210 组 (x_i, y_i) (见附录), 在靠近锚一端取连续的 140 个链环左端坐标进行曲线拟合, 再利用得到的曲线预测剩下 70 个链结左端端点坐标与实际的坐标点进行对比。

5.1.2 模型的求解

在已知重物球的质量为 $1200kg$ 时:

当近海风风速 $v=12m/s$ 时, 求出钢桶和四节从下往上节钢管的倾斜角度浮标的吃水深度和游动区域:

表二

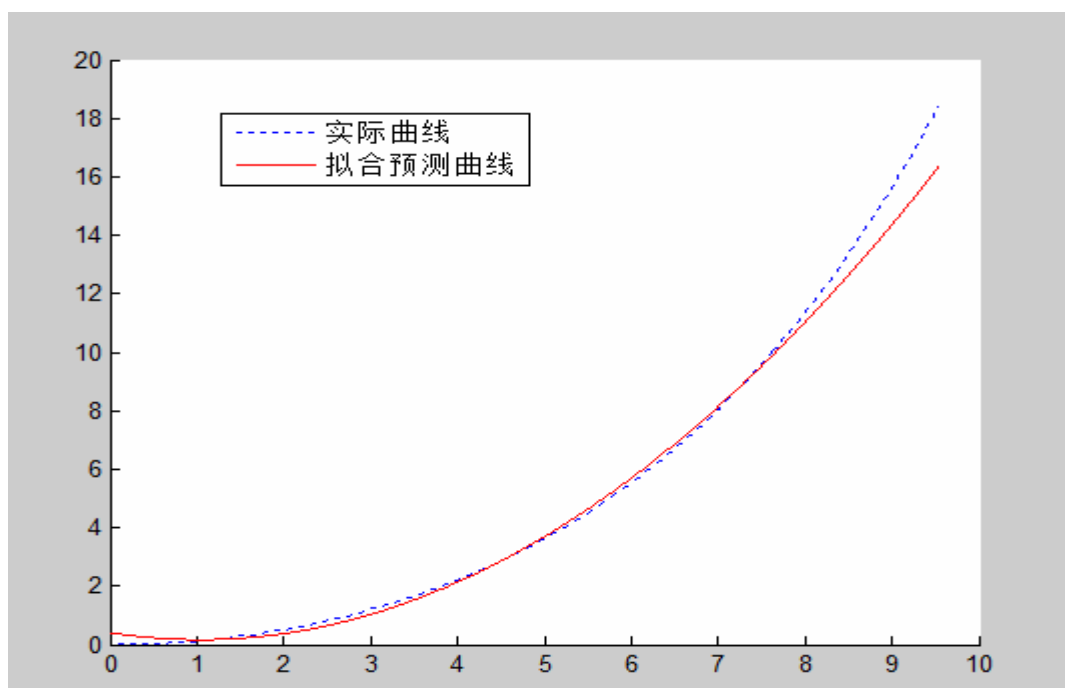
风速(m/s)	吃水深度(m)	游动最大半径(m)	倾斜角度(度)				
			钢桶	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4
12	0.6945	9.64	1.153	1.136	1.129	1.121	1.114

在靠近锚一端取连续的 140 个链环左端坐标进行曲线拟合, 经拟合得到曲线方程:

$$y = 0.224x^2 - 0.470x + 0.417$$

即锚链形状为抛物线。

得到拟合曲线对比图形图五:



图五

分析:

锚链前一部分和最后一部分与实际相差较大, 中间一段几乎重合。

当近海风风速 $v=24m/s$ 时, 求出钢桶和四节从下往上节钢管的倾斜角度浮标的吃水深度和游动区域:

表三

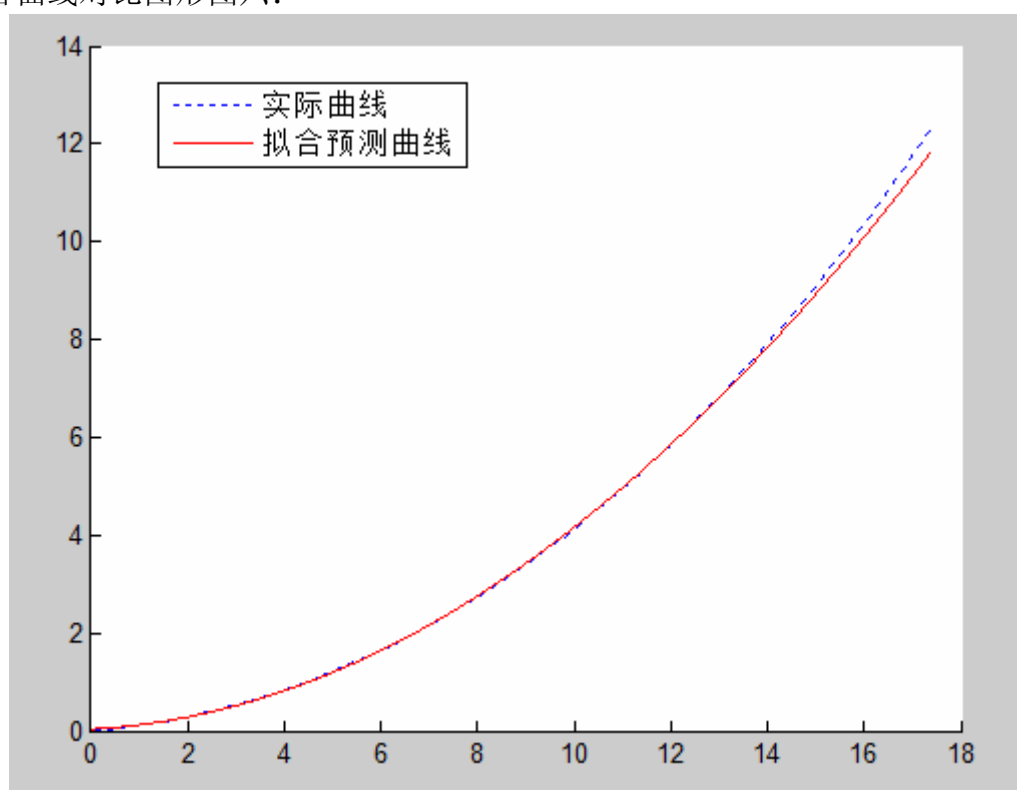
风速(m/s)	吃水深度(m)	游动最大半径(m)	倾斜角度(度)				
			钢桶	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4
24	0.697	17.18	4.566	4.499	4.47	4.441	4.413

在靠近锚一端取连续的 140 个链环左端坐标进行曲线拟合，经拟合得到曲线方程：

$$y = 0.036x^2 + 0.050x + 0.035$$

即锚链形状为抛物线。

得到拟合曲线对比图形图六：



图六

分析：

由图中可以看出实际锚链曲线与拟合预测曲线在前面大部分几乎重合。

5.2 问题二：

5.2.1 模型的建立：

在问题一的假设下，调节重物球质量，此时系统仍然处于静力平衡状态，根据图二的受力分析可列静力平衡方程：

$$\begin{cases} \sum \overrightarrow{F_X} = \overrightarrow{F_f} + \overrightarrow{F_f'} = 0 \\ \sum \overrightarrow{F_Y} = \overrightarrow{F_{\text{浮}1}} - \overrightarrow{f_1} - \overrightarrow{G_1} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

其中 G_1 ， $F_{\text{浮}1}$ ， f_1 为改变重物球质量后总重力，总浮力和锚对锚链竖直方向上的拉力。

由题意可知，调节重物球的质量，保证锚不会被拖行和水声通讯设备的工作效果佳。因此重物球质量在一定的范围之内，当浮标完全浸在海水中时，总浮力最大，近似等于最大总质量。

得到总浮力和总质量之间的关系：

$$\overrightarrow{F_{\text{浮max}}} - \overrightarrow{G_{\text{max}}} \approx 0 \quad (23)$$

$$F_{\text{浮max}} = \rho_{\text{液}} V_{\text{排max}} g \quad (24)$$

得到 $V_{\text{排max}}$ ：

$$V_{\text{浮标max}} = \frac{\pi \times 2^2 \times 2}{4} \quad (25)$$

$$V_{\text{排max}} = V_0 + V_{\text{浮标max}} \quad (26)$$

由 (23) (24) (25) (26) 可以求得重物球最大质量：

$$M_{\text{球max}} = 5400\text{kg} \quad (27)$$

即：

$$M_{\text{球}} \in [1200\text{kg}, 5400\text{kg}]$$

根据问题二的要求，为使得钢桶的倾斜角度 α 不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角 β 不超过 16 度，根据公式 (19) (20) 可以得到 α β 。

即：

$$\alpha = \arctan \frac{dy_{211}}{dx_{211}} \leq 5^\circ \quad (28)$$

$$\beta = \arctan \frac{dy_1}{dx_1} \leq 16^\circ \quad (29)$$

在已知重物球质量的范围时，利用二分法确定重物球的初始值为区间端点的中点值

$M_{\text{球}0}$ ：

$$M_{\text{球}0} = 4480\text{kg} \quad (30)$$

即：

$$M_{\text{球}0} \in [1200, 4480]$$

在问题一的模型中，已知总重力，即已知重物球质量的情况下，利用迭代法求解出吃水深度，进而解出桶的倾斜角度 α 和锚链在锚点与海床的夹角 β ，与题目中要求进行比较。

1、若不满足条件，则取此时的重物球质量和区间右端点作为重物球新的质量区间，再次利用二分法确定重物球的质量，求出此时桶的倾斜角度 α 和锚链在锚点与海床的夹角 β 。

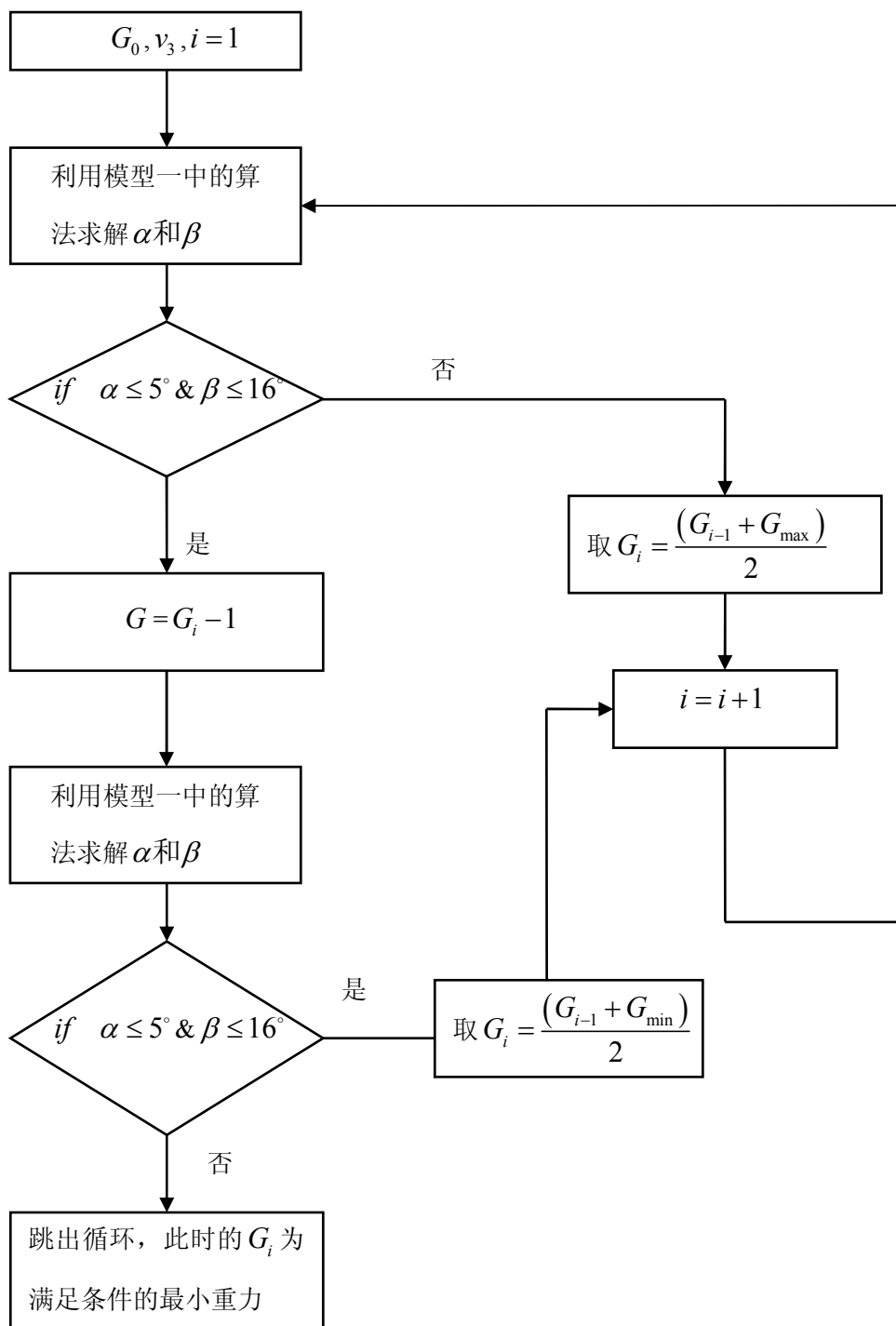
2、若满足条件，则将此时的重物球质量减一后计算 α 和 β 。

a、若仍然满足条件，取此时重物球的质量与区间左端点作为重物球新的质量区间，再次利用二分法确定重物球的质量，求出 α 和 β 。

b、若不满足条件，则跳出循环，取质量减一前重物球质量为最小重物球的质量。

3、若未跳出循环，则将求出的 α 和 β 与题目中要求进行比较，重复步骤 1、2 直至跳出循环。

算法程序流程图：



图七

当近海风风速 $v = 36 \text{ m/s}$ 时，求出钢桶和四节从下往上节钢管的倾斜角度浮标的吃水深度和游动区域：

表四

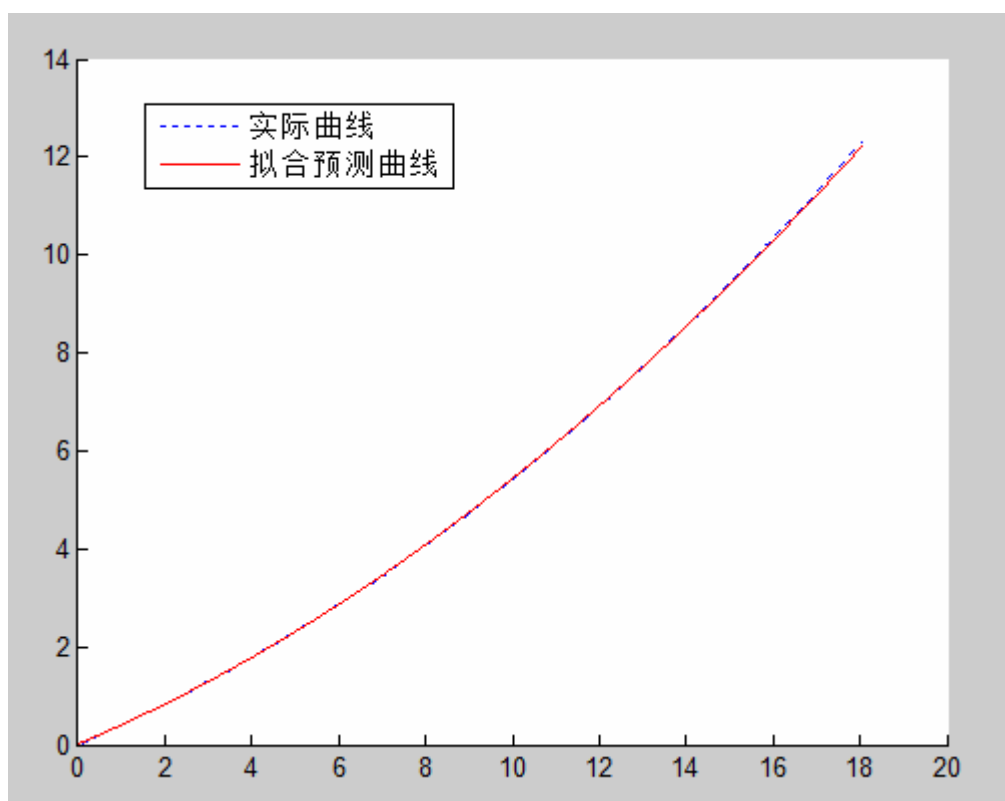
风速(m/s)	吃水深度(m)	游动最大半径(m)	倾斜角度($^{\circ}$)				
			钢桶	钢管 1	钢管 2	钢管 3	钢管 4
36	0.7198	18.87	9.45	9.32	9.26	9.215	9.15

在靠近锚一端取连续的 140 个链环左端坐标进行曲线拟合，经拟合得到曲线方程：

$$y = 0.017x^2 + 0.374x + 0.008 \quad (31)$$

即锚链形状为抛物线。

得到拟合曲线对比图形图八：



图八

分析：

由图中可以看出实际锚链曲线与拟合预测曲线几乎完全重合。

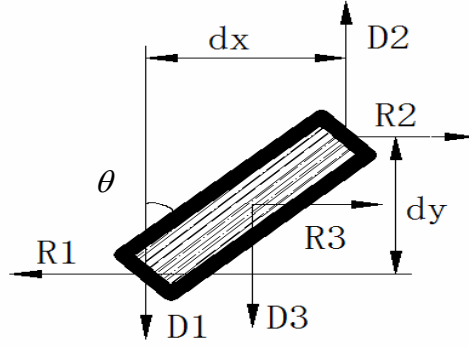
利用 *MATLAB* 软件求出最小重物球质量 $M_{\text{球min}}$ ：

$$M_{\text{球min}} = 2238kg$$

5.3 问题三

5.3.1 模型的建立：

对钢桶进行受力分析：



图九

钢桶处于平衡状态得到力矩平衡方程：

$$R2 \times \frac{dy}{2} + R1 \times \frac{dy}{2} = D2 \times \frac{dx}{2} + D1 \times \frac{dx}{2} \quad (32)$$

静力平衡方程：

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = \vec{R1} + \vec{R2} + \vec{R3} = 0 \\ \sum \vec{F}_y = \vec{D1} - \vec{D2} - \vec{D3} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

由图可知：

$$\tan \theta = \frac{dx}{dy} \quad (34)$$

θ 在 $0 \sim \frac{\pi}{2}$ 范围内正比于 $\tan \theta$ ，又因为 $\frac{dx}{dy}$ 随水平分力 R 增加而增加，随垂直分力 D 增加而减小。 R 为风力荷载和海水流力的矢量叠加， D 为重物和锚链质量竖直方向的重力叠加。所以假设钢桶倾斜角度 θ 和锚链切线与海平面夹角 β 随风力和海水流力的增加而增加，随重物质量的增加而减小。

先固定海水深度为 $18m$ ，海水流速为零，逐步增加风力大小，通过 *Matlab* 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

表五

v_f	12	18	24	30	36
$\beta(^{\circ})$	0.1	0.34	4.66	15.12	20.96
$\theta(^{\circ})$	1.16	2.59	4.57	6.87	9.45

由表可知，在一定范围内 β 和 θ 角均随风速增加而增大。

固定风速为 $36m/s$ ，海水流速为零，逐步增加海水深度，通过 *Matlab* 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

表六

h	16	17	18	19	20
$\beta(^{\circ})$	13.45	17.11	20.96	25.02	29.32
$\theta(^{\circ})$	9.74	9.6	9.45	9.29	9.1

有表可知， θ 角随海水高度改变变化明显，且随其增加而增大。但 β 角随海水深度变化不明显。

固定风速为 $36m/s$ ，海水深度为20，逐步增加与风向一致的海水流速，通过 $Matlab$ 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

表七

vs_x	0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5
$\beta(^{\circ})$	29.31	29.67	30.62	31.91	33.29	34.58
$\theta(^{\circ})$	9.05	9.32	9.96	11.01	12.41	14.14

由表可知，在一定范围内 β 和 θ 角均随海水流速增加而增大。

固定风速为 $36m/s$ ，海水深度为20，逐步增加与风向垂直的海水流速，通过 $Matlab$ 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

表八

vs_y	0	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5
$\beta(^{\circ})$	29.31	29.32	29.41	29.77	30.59	31.89
$\theta(^{\circ})$	9.1	9.11	9.16	9.36	9.88	10.87

由表可知，在一定范围内 β 和 θ 角均随海水流速增加而增大。

固定风速为 $36m/s$ ，海水深度为20，海水流速为1.5，逐步改变海水流向和风向的夹角 α ，通过 $Matlab$ 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

表九

$\alpha(^{\circ})$	0	10	20	30	40	50	60
$\beta(^{\circ})$	34.58	34.55	34.48	34.35	34.16	33.9	33.57
$\theta(^{\circ})$	14.14	14.1	13.98	13.78	13.5	13.14	-7640
$\alpha(^{\circ})$	70	80	90	100	110	120	130
$\beta(^{\circ})$	33.14	32.59	31.89	30.99	29.82	28.24	26.06
$\theta(^{\circ})$	12.17	11.57	10.87	10.1	9.25	8.32	7.33

$\alpha(^{\circ})$	140	150	160	170	180		
$\beta(^{\circ})$	22.94	18.27	11.24	1.95	0.34		
$\theta(^{\circ})$	6.3	5.26	4.29	3.53	3.2		

由表可知，当风向和海水流向一致时其作用力对 β 和 θ 角影响最大。

固定风速为 $36m/s$ ，海水深度为 20，海水流速为 1.5，海水流向和风向的夹角 α 为零，锚链长度为 $22.05m$ ，改变锚链质量 Mml 即选用不同型号锚链，通过 *Matlab* 计算出各个 β 和 θ 角的大小，如下表所示：

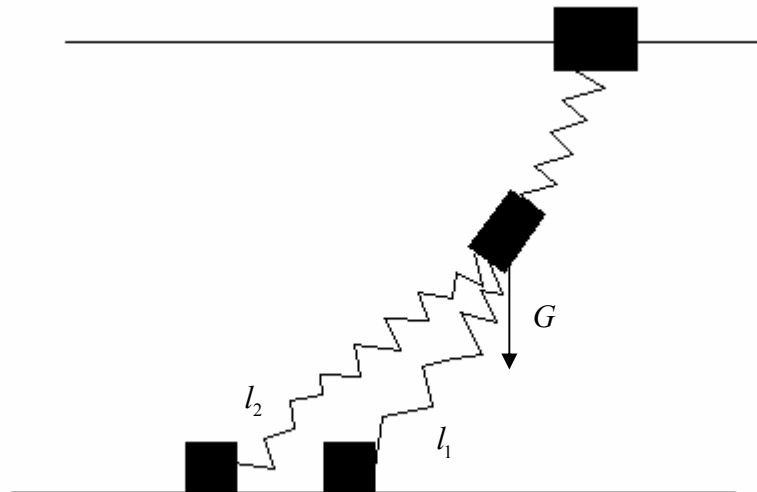
表十

型号	I	II	III	IV	V
Mml	70.56	154.35	257.625	429.975	620.046
$\beta(^{\circ})$	37.98	34.58	30.22	22.71	14.35
$\theta(^{\circ})$	14.5	14.14	13.7	12.97	12.21

由表可知，当锚链质量增加时， β 和 θ 角均随之减小。

有上述可得假设成立，所以考虑海水深度、风速和海流速度同时取最大值且风向和海流方向一致时为极限情况。

在一定程度上具有一定质量的锚链可以看做具有一定弹性系数的弹簧，



图十

如图所示：钢管组成的体系相对刚性较强，则变形能力较差，所以假设重物作用力 G 对钢桶倾斜角 θ 作用较大，但对锚链切线与海平面夹角 β 影响较小。而锚链长度 l 对锚链切线与海平面夹角 β 影响较大，对钢桶影响较小。

为检验假设的真假性先固定重物质量 ($3500kg$) 和锚链型号 (V) 不变，在一定范围内改变锚链长度，通过 *Matlab* 计算出各个钢桶倾斜角 θ 和锚链切线与海平面夹角 β 的大小如下表：

表十一

ZL	27	27.9	28.8	29.7	30.6	31.5	32.4
$\beta(^{\circ})$	43.06	37.01	31.6	26.38	21.56	17.06	12.85
$\theta(^{\circ})$	5.2	5.26	5.3	5.33	5.35	5.37	5.38

有表可知，锚链长度对锚链切线与海平面夹角 β 影响较大，但对钢桶倾斜角 θ 影响较小。

然后固定锚链长度(31.5)和型号(V)不变，改变重物质量，通过 *Matlab* 计算出各个钢桶倾斜角 θ 和锚链切线与海平面夹角 β 的大小如下表：

表十二

Mzw	3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900	4000	4100	4200
$\beta(^{\circ})$	17.53	17.3	17.06	16.83	16.6	16.36	16.13	15.9	15.68	15.45
$\theta(^{\circ})$	5.61	5.48	5.37	5.26	5.15	5.05	4.95	4.86	4.77	4.68

由表可得，相比于改变锚链长度，改变重物质量对锚链切线与海平面夹角 β 影响较小，但对钢桶倾斜角 θ 影响较大。所以假设成立。

对不同型号的锚链进行分组，由于锚链切线与海平面夹角 β 随锚链长度 l 变化最为明显，所以先固定重物质量调整锚链长度，使锚链切线与海平面夹角 β 满足要求，再调整重物质量使锚链切线与海平面夹角 β 和桶倾斜角 θ 同时满足题目要求，利用 *matlab* 通过附件六的程序进行计算求出五种不同型号满足题目要求的锚链长度和重物质量以及其对应的吃水深度(h)和浮标最大游动半径(ZX)如下表所示：

表十三

型号	I	II	III	IV	V
l	27.69	29.505	28.2	29.7	31.5
Mzw	4650	4535	3390	4210	3980
h	1.643	1.643	1.643	1.656	1.676
ZX	35.16	26.53	20.78	15.73	12.21

假设 h 和 ZX 最小值为其基本偏差，相对误差为：

$$S_i = \frac{h_i}{h_{\min}} + \frac{ZX_i}{ZX_{\min}} \quad (35)$$

表十四

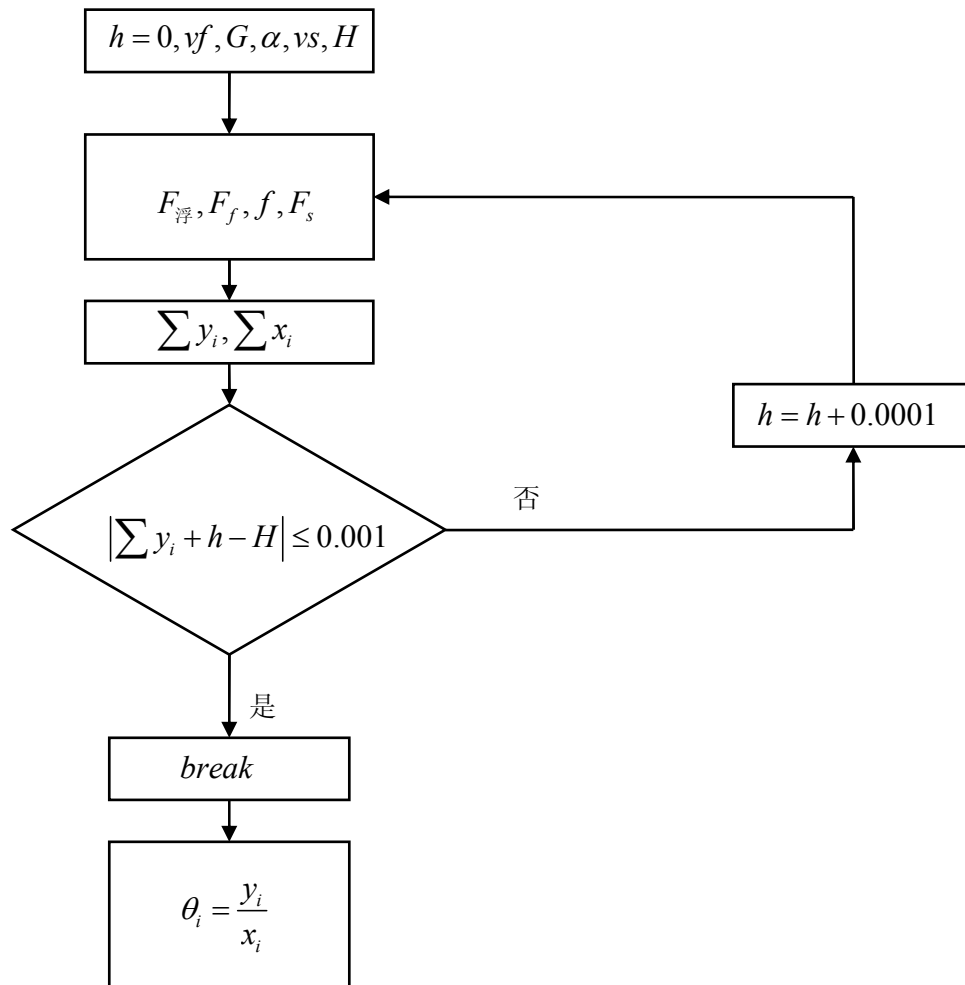
S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
3.88	3.17	2.7	2.3	2.02

由上表可得型号 V 的锚链为最优选择。

给定初始条件风速，海水流速，海水深度以及风向和海水流向夹角后夹角为 α 的两力合成方程为：

$$T = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2 + 2 \times F_1 \times F_2 \times \cos(\alpha))} \quad (36)$$

算法程序框图为：



图十一

程序见附录七。

六、模型的评价

6.1 模型的优点:

- 1、在问题一中对系统受力分析进行适当的简化，方便计算与修改。
- 2、在问题二中利用两次迭代的方法，化未知量为已知量，减小了题目中的计算量，同时也可以得到较为精确的数值。
- 3、在问题三中在有多种变量的情况下，以此保留一个变量同时固定其余变量，分析自变量最终结果的影响，再综合考虑所有变量对结果的影响，忽略次要影响，突出主要影响，方法简单易行。

6.2 模型的缺点:

- 1、在问题二中模型求解最大重物球质量，为简化处理，假设锚对锚链在竖直方向上的分力为零，实际上不为零，计算会有误差。

2、在选定重物球质量时，利用二分法求解，可能会遗漏一些数据。

七、参考文献

- [1] 阿基米德原理， 百度百科， http://baike.baidu.com/link?url=5gfrWAQ50sij9wso1kGs-MhqCmQv0nyZxgfLQPreBrgttjddAqs_UlrYObECop40oktYwQvbYI8Tb_T5bmb7QLYi_ytPhvKAvE1ZgvveUfSLfSLENcewspYmFFqzfmTTNYhVzdoZQ7KFv92t9tUMuX_WbB69rRp3O_Q0G7BwJacXaXxytQ8YW1YK-P0e50pB8L5C8D4KD5vVY8SXtyvQa， 2016.09.10
- [2] 王永龙， 张兆忠， 张桂红， MATLAB 语言基础与应用（第一版）， 北京： 电子工业出版社， 2010.10
- [3] 姜启源， 谢金星， 叶俊， 数学模型（第三版）， 北京： 高等教育出版社， 2007.12
- [4] 汪晓银， 周保平， 数学建模与数学实验（第二版）， 北京： 科学出版社， 2012.8
- [5] 单点系泊系统的动力学研究， 百度百科， <http://wenku.baidu.com/view/1e62a752336c1eb91a375d24.html?from=search>， 2016.09.10
- [6] 洪嘉振， 杨长俊， 理论力学， 北京： 高等教育出版社， 1999.10

八、附录

附录 1（210 段链环左端坐标）

[0,6.26248089171975,12.5249617834395,18.7874426751592,25.0499235668790,3
1.3124044585987,37.5748853503185,43.8373662420382,50.0998471337580,56.36
23280254777,62.6248089171975,68.8872898089172,75.1497707006370,81.41225
15923567,87.6747324840764,93.9372133757962,100.199694267516,106.4621751
59236,112.724656050955,118.987136942675,125.249617834395,131.5120987261
15,137.774579617834,144.037060509554,150.299541401274,156.562022292994,1
62.824503184713,169.086984076433,175.349464968153,181.611945859873,187.8
74426751592,194.136907643312,200.399388535032,206.661869426752,212.9243
50318471,219.186831210191,225.449312101911,231.711792993631,237.9742738
85350,244.236754777070,250.499235668790,256.761716560510,263.0241974522
29,269.286678343949,275.549159235669,281.811640127389,288.074121019108,2
94.336601910828,300.599082802548,306.861563694268,313.124044585987,319.3
86525477707,325.649006369427,331.911487261147,338.173968152866,344.4364
49044586,350.698929936306,356.961410828026,363.223891719745,369.4863726
11465,375.748853503185,382.011334394905,388.273815286624,394.5362961783
44,400.798777070064,407.061257961784,413.323738853503,419.586219745223,4
25.848700636943,432.111181528663,438.373662420382,444.636143312102,450.8
98624203822,457.161105095541,463.423585987261,469.686066878981,475.9485
47770701,482.211028662420,488.473509554140,494.735990445860,500.9984713
37580,507.260952229299,513.523433121019,519.785914012739,526.0483949044
59,532.310875796178,538.573356687898,544.835837579618,551.098318471338,5
57.360799363057,563.623280254777,569.885761146497,576.148242038217,582.4
10722929936,588.673203821656,594.935684713376,601.198165605096,607.4606
46496815,613.723127388535,619.985608280255,626.248089171975,632.5105700
63694,638.773050955414,645.035531847134,651.298012738854,657.5604936305
74,663.822974522293,670.085455414013,676.347936305733,682.610417197453,6
88.872898089172,695.135378980892,701.397859872612,707.660340764331,713.9
22821656051,720.185302547771,726.447783439491,732.710264331211,738.9727
45222930,745.235226114650,751.497707006370,757.760187898089,764.0226687
89809,770.285149681529,776.547630573249,782.810111464969,789.0725923566
88,795.335073248408,801.597554140128,807.860035031847,814.122515923567,8
20.384996815287,826.647477707007,832.909958598727,839.172439490446,845.4
34920382166,851.697401273886,857.959882165605,864.222363057325,870.4848
43949045,876.747324840765,883.009805732484,889.272286624204,895.5347675
15924,901.797248407644,908.059729299363,914.322210191083,920.5846910828
03,926.847171974523,933.109652866242,939.372133757962,945.634614649682,9
51.897095541402,958.159576433121,964.422057324841,970.684538216561,976.9
47019108281,983.209500000000,989.471980891720,995.734461783440,1001.996
94267516,1008.25942356688,1014.52190445860,1020.78438535032,1027.046866
24204,1033.30934713376,1039.57182802548,1045.83430891720,1052.096789808

92,1058.35927070064,1064.62175159236,1070.88423248408,1077.14671337580,1083.40919426752,1089.67167515924,1095.93415605096,1102.19663694268,1108.45911783440,1114.72159872612,1120.98407961783,1127.24656050955,1133.50904140127,1139.77152229299,1146.03400318471,1152.29648407643,1158.55896496815,1164.82144585987,1171.08392675159,1177.34640764331,1183.60888853503,1189.87136942675,1196.13385031847,1202.39633121019,1208.65881210191,1214.92129299363,1221.18377388535,1227.44625477707,1233.70873566879,1239.97121656051,1246.23369745223,1252.49617834395,1258.75865923567,1265.02114012739,1271.28362101911,1277.54610191083,1283.80858280255,1290.07106369427,1296.33354458599,1302.59602547771,1308.85850636943,1315.12098726115]

附录 2（问题一中风速为 12m/s 时各量）

```
clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
Mzw=1200;
Mgg=10;
Mtt=100;
ZL=22.05;
Mml=154.35;
Lml=0.105;
Nml=ZL/Lml;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;
```



```

Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
G2=[];
G2(1)=G1(211)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;
G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
%
v=12;
for h=0:0.000001:2
    S=2*(2-h);
    Ff=0.625*S*v^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;
    f=Ffl-JG-Gfb;
    ZH=0;
    if f>0
        G1=G1+f;
        G2=G2+f;
        for i=1:1:210
            y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2));
            x(i)=2*Ff*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2);
        end
        for j=1:1:5
            y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2));
            x(i+j)=2*Ff/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2);
        end
        ZH=sum(y)+h;
        G1=G1-f;
    end
end

```

```

        G2=G2-f;
    end
    if (18-ZH)<0.000001
        break
    end
end
X=[];
Y=[];
for i=1:1:210
    X(i)=sum(x([1:1:i]));
    Y(i)=sum(y([1:1:i]));
end
a=[];
for j=211:1:215
    a(j-210)=atan(y(j)./x(j));
end
ZX=sum(x);
c=polyfit(X([1:1:140]),Y([1:1:140]),2);
t=0:0.001:sum(x([1:1:210]));
u=polyval(c,t);
hold on
plot(X,Y,'.');
plot(t,u,'r');
hold off
fprintf('锚链与海平面夹角为: %f 度\n',atan(y(1)/x(1))*180/pi);
fprintf('钢桶倾斜角度为: %f 度\n',90-atan(y(211)/x(211))*180/pi);

```

附录 3（问题一中风速为 24m/s 时各量）

```

clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
Mzw=1200;
Mgg=10;
Mtt=100;

```

```

ZL=22.05;
Mml=154.35;
Lml=0.105;
Nml=ZL/Lml;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;
Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
G2=[];
G2(1)=G1(211)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;
G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
%
v=24;
for h=0.65:0.000001:2
    S=2*(2-h);
    Ff=0.625*S*v^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;

```

```

f=Ffl-JG-Gfb;
ZH=0;
if f>0
    G1=G1+f;
    G2=G2+f;
    for i=1:1:210
        y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2));
        x(i)=2*Ff*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2);
    end
    for j=1:1:5
        y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2));
        x(i+j)=2*Ff/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2);
    end
    ZH=sum(y)+h;
    G1=G1-f;
    G2=G2-f;
end
if (18-ZH)<0.000001
    break
end
end
X=[];
Y=[];
for i=1:1:210
    X(i)=sum(x([1:1:i]));
    Y(i)=sum(y([1:1:i]));
end
a=[];
for j=211:1:215
    a(j-210)=atan(y(j)/x(j));
end
ZX=sum(x);
c=polyfit(X([1:1:140]),Y([1:1:140]),2);
t=0:0.001:sum(x([1:1:210]));
u=polyval(c,t);
hold on
plot(X,Y,'.');
plot(t,u,'r');
hold off
fprintf('锚链与海平面夹角为: %f 度\n',atan(y(1)/x(1))*180/pi);
fprintf('钢桶倾斜角度为: %f 度\n',90-atan(y(211)/x(211))*180/pi);

```

附录 4（问题二中风速为 36m/s 时各量）

```

clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
Mzw=1200;
Mgg=10;
Mtt=100;
ZL=22.05;
Mml=154.35;
Lml=0.105;
Nml=ZL/Lml;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;
Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
G2=[];
G2(1)=G1(211)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;

```

```

G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
%
v=36;
for h=0.65:0.000001:2
    S=2*(2-h);
    Ff=0.625*S*v^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;
    f=Ffl-JG-Gfb;
    ZH=0;
    if f>0
        G1=G1+f;
        G2=G2+f;
        for i=1:1:210
            y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1)))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2));
            x(i)=2*Ff*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2);
        end
        for j=1:1:5
            y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1)))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2));
            x(i+j)=2*Ff/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2);
        end
        ZH=sum(y)+h;
        G1=G1-f;
        G2=G2-f;
    end
    if (18-ZH)<0.000001
        break
    end
end
X=[];
Y=[];
for i=1:1:210
    X(i)=sum(x([1:1:i]));
    Y(i)=sum(y([1:1:i]));
end
a=[];
for j=211:1:215
    a(j-210)=atan(y(j)./x(j));

```

```

end
ZX=sum(x);
c=polyfit(X([1:1:140]),Y([1:1:140]),2);
t=0:0.001:sum(x([1:1:210]));
u=polyval(c,t);
hold on
plot(X,Y,'.');
plot(t,u,'r');
hold off
fprintf('锚链与海平面夹角为: %f 度\n',atan(y(1)/x(1))*180/pi);
fprintf('钢桶倾斜角度为: %f 度\n',90-atan(y(211)/x(211))*180/pi);

```

附录 5（问题二求重物球质量程序）

```

clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
for Mzw=2000:1:3000;
Mgg=10;
Mtt=100;
ZL=22.05;
Mml=154.35;
Lml=0.105;
Nml=ZL/Lml;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;

```

```

Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
G2=[];
G2(1)=G1(211)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;
G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
%
v=36;
for h=0.65:0.00001:2
    S=2*(2-h);
    Ff=0.625*S*v^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;
    f=Ffl-JG-Gfb;
    ZH=0;
    if f>0
        G1=G1+f;
        G2=G2+f;
        for i=1:1:210
            y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1)))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2));
            x(i)=2*Ff*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*Ff^2);
        end
        for j=1:1:5
            y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1)))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2));
            x(i+j)=2*Ff/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+4*Ff^2);
        end
        ZH=sum(y)+h;
        G1=G1-f;
    end
end

```



```

        G2=G2-f;
    end
    if (18-ZH)<0.000001
        break
    end
end
if atan(y(1)/x(1))<=16*pi/180&atan(y(211)/x(211))>=85*pi/180
    fprintf('重物质量为: %fkg\n',Mzw);
    break
end
end
end

```

附录 6

```

clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
Mzw=4200;
Mgg=10;
Mtt=100;
Nml=175;
Lml=0.180;
ZL=Nml*Lml;
Mml=ZL*28.12;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;

```

```

Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
G2=[];
G2(1)=G1(Nml+1)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;
G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
S=[];
S(1)=2*Ltt*Rtt;
S(2)=2*Lgg*Rgg;
S(3)=2*Lgg*Rgg;
S(4)=2*Lgg*Rgg;
S(5)=2*Lgg*Rgg;
%
vf=36;
vs=1.5;
SH=20;
a=0;
if vf>36 | vs>1.5 | SH<16 | SH>20
    fprintf('wrong%f\n');
else
for h=0.65:0.000001:2
    S1=2*(2-h);
    Ff=0.625*S1*vf^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;
    f=Ffl-JG-Gfb;
    ZH=0;
    S(6)=2*h;

```

```

Fsl=374*S*vs^2;
if f>0
    G1=G1+f;
    G2=G2+f;
    for i=1:1:Nml
        T1=sqrt(Ff^2+sum(Fsl)^2+2*Ff*sum(Fsl)*cos(a));
        y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*T1^2));
        x(i)=2*T1*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*T1^2);
    end
    for j=1:1:5
        T2=sqrt(Ff^2+sum(Fsl([j+1:1:6]))^2+2*Ff*sum(Fsl([j+1:1:6]))*cos(a));
        y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+(T2+T1)^2));
        x(i+j)=(T2+T1)/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+(T2+T1)^2);
        T1=T2;
    end
    ZH=sum(y)+h;
    G1=G1-f;
    G2=G2-f;
end
if (SH-ZH)<0.000001
    break
end
end
X=[];
Y=[];
for i=1:1:Nml
    X(i)=sum(x([1:1:i]));
    Y(i)=sum(y([1:1:i]));
end
a=[];
for j=Nml+1:1:Nml+5
    a(j-Nml)=atan(y(j)/x(j));
end
ZX=sum(x);
c=polyfit(X([1:1:round(2*Nml/3)]),Y([1:1:round(2*Nml/3)]),2);
t=0:0.001:sum(x([1:1:Nml]));
u=polyval(c,t);
fprintf('锚链与海平面夹角为: %f 度\n',atan(y(1)/x(1))*180/pi);
fprintf('钢桶倾斜角度为: %f 度\n',90-atan(y(Nml+1)/x(Nml+1))*180/pi);
fprintf('浮标吃水深度为: %f 米\n',h);
fprintf('浮标浮动最大半径为: %f 米\n',ZX);
end

```

附录 7

```
clear
clc
g=9.8;
Hfb=2;
Rfb=1;
Lgg=1;
Rgg=0.025;
Ngg=4;
Ltt=1;
Rtt=0.15;
Ntt=1;
Mzw=3980;
Mgg=10;
Mtt=100;
ZL=31.5;
Mml=ZL*28.12;
Lml=0.180;
Nml=ZL/Lml;
Mfb=1000;
Ggg=Mgg*g;
Gtt=Mtt*g;
Gzw=Mzw*g;
Gml=Mml*g;
Gfb=Mfb*g;
Gmd=7.85*1000;
Smd=1.025*1000;
Vgg=Lgg*Rgg^2*pi;
Vtt=Ltt*Rtt^2*pi;
Vml=Mml/Gmd;
Vzw=Mzw/Gmd;
Fgg=Vgg*Smd*g;
Ftt=Vtt*Smd*g;
Fzw=Vzw*Smd*g;
Fml=Vml*Smd*g;
JGgg=Ggg-Fgg;
JGtt=Gtt-Ftt;
JGzw=Gzw-Fzw;
JGml=Gml-Fml;
JG=JGgg*4+JGtt+JGzw+JGml;
A=1^2*pi;
G1=linspace(0,JGml,Nml+1);
```

```

G2=[];
G2(1)=G1(Nml+1)+JGzw;
G2(2)=G2(1)+JGtt;
G2(3)=G2(2)+JGgg;
G2(4)=G2(3)+JGgg;
G2(5)=G2(4)+JGgg;
G2(6)=G2(5)+JGgg;
A=1^2*pi;
y=[];
x=[];
t=18;
S=[];
S(1)=2*Ltt*Rtt;
S(2)=2*Lgg*Rgg;
S(3)=2*Lgg*Rgg;
S(4)=2*Lgg*Rgg;
S(5)=2*Lgg*Rgg;
%
vf=input('请输入放置点风速小于 36m/s:');
vs=input('请输入放置点流速小于 1.5m/s:');
SH=input('请输入放置点深度介于 16-20m 之间:');
a=input('请输入风向与流向夹角:');
if vf>36 | vs>1.5 | SH<16 | SH>20
    fprintf('wrong%f\n');
else
for h=0.65:0.000001:2
    S1=2*(2-h);
    Ff=0.625*S1*vf^2;
    Ffl=A*h*Smd*g;
    f=Ffl-JG-Gfb;
    ZH=0;
    S(6)=2*h;
    Fsl=374*S*vs^2;
    if f>0
        G1=G1+f;
        G2=G2+f;
        for i=1:1:Nml
            T1=sqrt(Ff^2+sum(Fsl)^2+2*Ff*sum(Fsl)*cos(a));
            y(i)=(0.105*(G1(i)+G1(i+1))/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*T1^2));
            x(i)=2*T1*0.105/sqrt((G1(i)+G1(i+1))^2+4*T1^2);
        end
        for j=1:1:5
T2=sqrt(Ff^2+sum(Fsl([j+1:1:6]))^2+2*Ff*sum(Fsl([j+1:1:6]))*cos(a));

```

```

        y(i+j)=((G2(j)+G2(j+1))/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+(T2+T1)^2));
        x(i+j)=(T2+T1)/sqrt((G2(j)+G2(j+1))^2+(T2+T1)^2);
        T1=T2;
    end
    ZH=sum(y)+h;
    G1=G1-f;
    G2=G2-f;
end
if (SH-ZH)<0.000001
    break
end
end
X=[];
Y=[];
for i=1:1:Nml
    X(i)=sum(x([1:1:i]));
    Y(i)=sum(y([1:1:i]));
end
a=[];
for j=Nml+1:1:Nml+5
    a(j-Nml)=atan(y(j)./x(j));
end
ZX=sum(x);
c=polyfit(X([1:1:round(2*Nml/3)]),Y([1:1:round(2*Nml/3)]),2);
t=0:0.001:sum(x([1:1:Nml]));
u=polyval(c,t);
hold on
plot(X,Y,'k');
plot(t,u,'r');
hold off
fprintf('锚链与海平面夹角为: %f 度\n',atan(y(1)/x(1))*180/pi);
fprintf('钢桶倾斜角度为: %f 度\n',90-atan(y(Nml+1)/x(Nml+1))*180/pi);
fprintf('浮标吃水深度为: %f 米\n',h);
fprintf('浮标浮动最大半径为: %f 米\n',ZX);
end

```

2021 年河南科技大学数学建模竞赛

编号专用页

评阅编号（由组委会评阅前进行编号）：

评阅记录（可组委会评阅时使用）：

[illegible]